

10 – 11 классы, базовый вариант

1. Найдется ли десятизначное число, записанное десятью различными цифрами, такое, что после вычеркивания из него любых шести цифр получится составное четырехзначное число?

2. На сторонах треугольника ABC построены три подобных треугольника: YBA и ZAC — во внешнюю сторону, а XBC — внутрь (соответственные вершины перечисляются в одинаковом порядке). Докажите, что $AYXZ$ — параллелограмм.

3. Наименьшее общее кратное натуральных чисел a, b будем обозначать $[a, b]$. Пусть натуральное число n таково, что $[n, n + 1] > [n, n + 2] > \dots > [n, n + 35]$. Докажите, что $[n, n + 35] > [n, n + 36]$.

4. На шахматной доске стоят 8 не бьющих друг друга ладей. Докажите, что можно каждую из них передвинуть ходом коня так, что они по-прежнему не будут бить друг друга. (Все восемь ладей передвигаются одновременно, то есть если, например, две ладьи бьют друг друга ходом коня, то их можно поменять местами.)

5. Космический аппарат сел на неподвижный астероид, про который известно только, что он представляет собой шар или куб. Аппарат проехал по поверхности астероида в точку, симметричную начальной относительно центра астероида. Всё это время он непрерывно передавал свои пространственные координаты на космическую станцию, и там точно определили трехмерную траекторию аппарата. Может ли этого оказаться недостаточно, чтобы отличить, по кубу или по шару ездил аппарат?